

Электронный научный журнал «Век качества» ISSN 2500-1841 <http://www.agequal.ru>

2020, №2 [http://www.agequal.ru/pdf/2020/AGE\\_QUALITY\\_2\\_2020.pdf](http://www.agequal.ru/pdf/2020/AGE_QUALITY_2_2020.pdf)

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Барсук И.В., Васькова А.Д. Алгоритм построения матрицы кратчайших расстояний между колонками ячеек стеллажей на складе временного хранения // Электронный научный журнал «Век качества». 2020. №2. С. 149-175. Режим доступа: <http://www.agequal.ru/pdf/2020/220011.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

УДК: 658.514

**Алгоритм построения матрицы кратчайших расстояний  
между колонками ячеек стеллажей на складе временного хранения**

***Барсук Игорь Вадимович***

*кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Интеллектуальных  
систем в управлении и автоматизации»,*

*Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ),*

*111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная, дом 8а*

*e-mail: [igor.v.barsuk@yandex.ru](mailto:igor.v.barsuk@yandex.ru)*

***Васькова Александра Дмитриевна***

*Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ),*

*111024, Россия, Москва, ул. Авиамоторная, дом 8а*

*e-mail: [alexandra.v98@inbox.ru](mailto:alexandra.v98@inbox.ru)*

**Аннотация.** Описывается алгоритм построения матрицы кратчайших расстояний между колонками ячеек стеллажей на складе временного хранения, в цехе которого тара с уложенными товарами сборным транспортёром доставляется к границе цеха. Принимается, что перемещение по маршрутам сборщиков товаров осуществляется по прямоугольным траекториям и траекториям, образуемым взаимно перпендикулярными отрезками прямых. Описание алгоритма иллюстрируется рассмотрением числовых примеров расчета элементов матрицы и применением матрицы в задаче построения маршрутов сбора товаров из ячеек стеллажей при ограничении на вместимость тары.

**Ключевые слова:** склад; стеллаж; колонка ячеек; сборный транспортёр; матрица кратчайших расстояний; алгоритм; маршрут.

## **Описание производственного процесса и постановка задачи**

Производственный процесс обработки товаров на складе временного хранения (СВХ) [1-3] состоит из двух этапов. На первом этапе товары одного типа (артикулы), временно хранящиеся на стеллажах, к определенному моменту времени собираются работниками в тару (например, ящики), которые сборным транспортёром направляются на второй этап. На втором этапе товары извлекаются из тары и на сортировочной установке [4, 5] или вручную распределяются по магазинам, пунктам выдачи заказов, почтоматам и т.п.

План цеха СВХ изображен на рис. 1. Товары (артикулы) по мере их поступления на склад размещаются в ячейках стеллажей. Стеллажи могут быть двух типов: двусторонние и односторонние. При этом в односторонних стеллажах доступ к товарам может осуществляться с обеих сторон стеллажа. Принимается, что на одной ячейке стеллажа может находиться не более одного артикула, информация о номере ячейки и массе загруженного артикула передается в систему управления СВХ. По высоте стеллажи, как правило, имеют несколько ярусов, поэтому в ячейках, расположенных в стеллаже друг над другом, колонке ячеек (КЯ) может находиться несколько артикулов. Вдоль цеха стеллажи располагаются колоннами по несколько КЯ в ряду. Маршруты по сбору товаров начинаются от бортового ограждения сборного транспортёра (линии 00), вдоль которого предварительно напротив стеллажей складировается порожняя тара. На ЭВМ производится расчёт последовательности обхода работниками КЯ с артикулами. Взяв порожнюю тару, работники одновременно выходят на маршруты от мест бортового ограждения сборного транспортёра, находящихся на минимальных расстояниях до КЯ начала маршрута. По окончании прохода по маршруту работник устанавливает тару с артикулами на движущийся в направлении границы цеха (точке  $\omega$ ) рабочий орган сборного транспортёра.

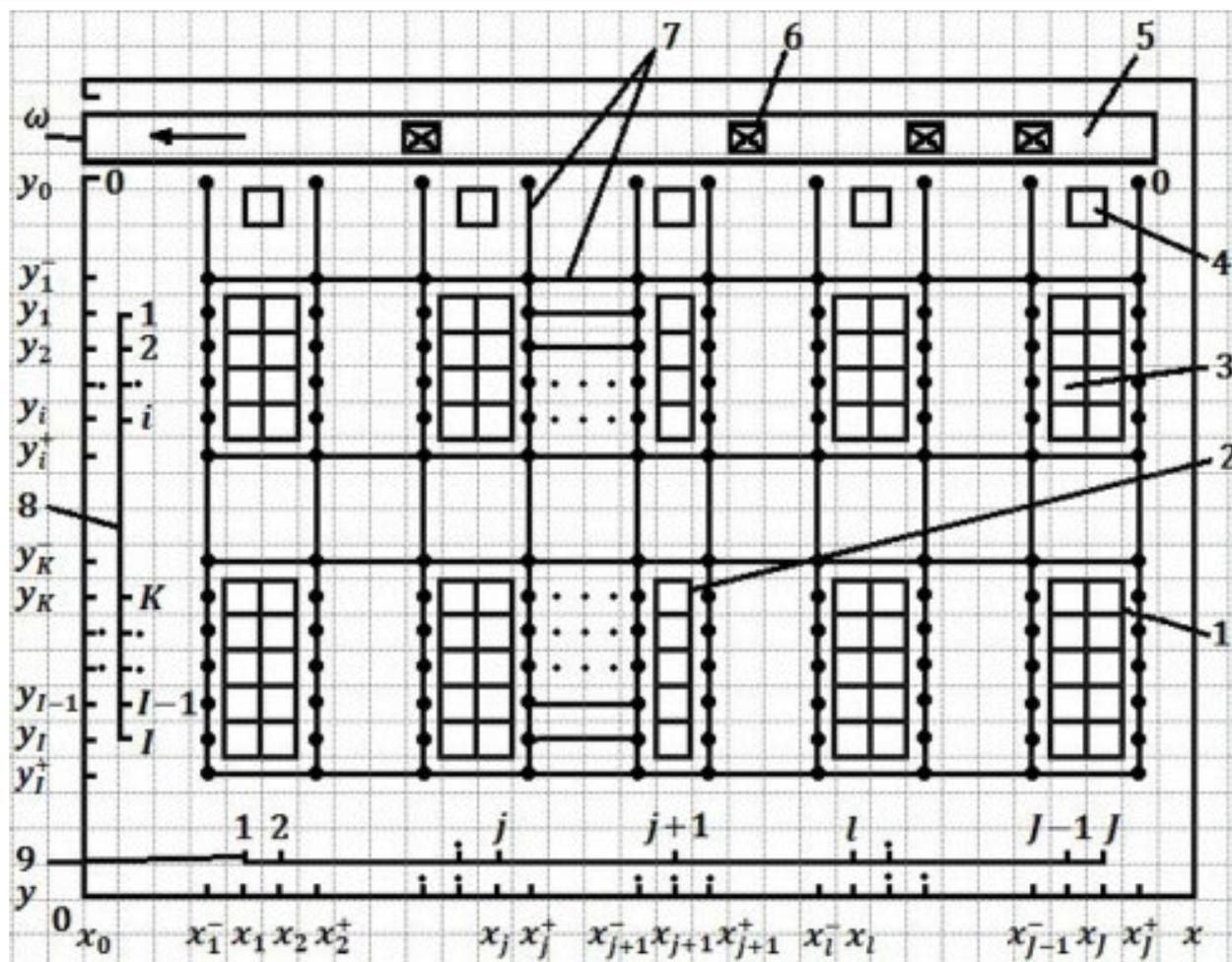


Рис. 1. План цеха СВХ: 1 – стеллажи двусторонние; 2 – стеллажи односторонние; 3 – колонки ячеек (КЯ); 4 – порожняя тара; 5 – сборный транспортёр; 6 – тара с артикулами; 7 – направления перемещения сборщика товаров на маршруте; 8 – номера рядов КЯ; 9 – номера рядов стеллажей;  $\omega$  – точка доставки товаров;  $00$  – линия бортового ограждения сборного транспортёра;  $x$  – расстояния от границы цеха до рядов стеллажей;  $y$  – расстояния от бортового ограждения сборного транспортёра до рядов КЯ; точки на линиях перемещения сборщика товаров обозначают места установки технических средств сбора товаров около КЯ и места изменения направления движения; стрелка указывает направление движения рабочего органа сборного транспортёра

Для удобства и простоты проведения расчётов принимается, что перемещение по маршрутам сборщиков товаров осуществляется по прямолинейным траекториям и траекториям, образуемым взаимно перпендикулярными отрезками прямых. Таким образом, в матрице кратчайших расстояний в ряде случаев представляются максимальные из минимальных расстояний. Это допущение оправдывается тем обстоятельством, что для

экономии производственных площадей на складах стеллажи, как правило, имеют значительную длину и относительно узкие проходы между ними. Аналогичным образом, колонны стеллажей также имеют значительную длину и располагаются близко друг к другу. Поэтому траектория перемещения по двум катетам незначительно отличается от траектории перемещения по гипотенузе, тем более, что при движении возможны обход (объезд) препятствия или незначительные изменения траектории перемещения по другим причинам.

В зависимости от оперативно складывающейся ситуации на складе перед диспетчером цеха могут стоять следующие задачи:

1. Минимизировать число маршрутов при заданном предельном времени (контрольном сроке) доставки тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ ).

2. Минимизировать время сбора со стеллажей и доставки тары с артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ ) при заданном числе маршрутов (такая постановка задачи возможна, например, при дефиците работников или внутривыпускного транспорта).

3. Минимизировать число маршрутов при ограничении на грузоподъёмность и/или вместимость тары.

4. Задача 1 при ограничении на грузоподъёмность и/или вместимость тары.

5. Задача 2 при ограничении на грузоподъёмность и/или вместимость тары.

Решение первых трех задач приводится в [6 – 8] соответственно. Решение задач (4) и (5) с помощью алгоритмов, решающих задачи (1) – (3), приводится в [9].

Для решения всех задач используется полная матрица кратчайших расстояний (ПМКР) между всеми КЯ  $a_j^i (i = 1, 2, \dots, l; j = 1, 2, \dots, l)$  стеллажей в плане, бортовым ограждением сборного транспортёра (линией 00) и КЯ стеллажей  $Y_i$  (рис. 2) и информация о расстояниях  $X_i$  от границы цеха (точки  $\omega$ ) до рядов стеллажей.

$$\begin{matrix}
 & 00 & a_1^1 & \dots & a_j^1 & \dots & a_j^1 & a_1^2 & \dots & a_j^2 & \dots & a_j^2 & \dots & a_1^l & \dots & a_j^l & \dots & a_j^l \\
 00 & - & C_{01}^{01} & \dots & C_{0j}^{01} & \dots & C_{0j}^{01} & C_{01}^{02} & \dots & C_{0j}^{02} & \dots & C_{0j}^{02} & \dots & C_{01}^{0l} & \dots & C_{0j}^{0l} & \dots & C_{0j}^{0l} \\
 a_1^1 & & - & \dots & C_{1j}^{11} & \dots & C_{1j}^{11} & C_{11}^{12} & \dots & C_{1j}^{12} & \dots & C_{1j}^{12} & \dots & C_{11}^{1l} & \dots & C_{1j}^{1l} & \dots & C_{1j}^{1l} \\
 \dots & & & - & \dots \\
 a_j^1 & & & & - & \dots & C_{jj}^{11} & C_{j1}^{12} & \dots & C_{jj}^{12} & \dots & C_{jj}^{12} & \dots & C_{j1}^{1l} & \dots & C_{jj}^{1l} & \dots & C_{jj}^{1l} \\
 \dots & & & & & - & \dots \\
 a_j^1 & & & & & & - & C_{j1}^{12} & \dots & C_{jj}^{12} & \dots & C_{jj}^{12} & \dots & C_{j1}^{1l} & \dots & C_{jj}^{1l} & \dots & C_{jj}^{1l} \\
 a_1^2 & & & & & & & - & \dots & C_{1j}^{22} & \dots & C_{1j}^{22} & \dots & C_{11}^{2l} & \dots & C_{1j}^{2l} & \dots & C_{1j}^{2l} \\
 \dots & & & & & & & & - & \dots \\
 a_j^2 & & & & & & & & & - & \dots & C_{jj}^{22} & \dots & C_{j1}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} \\
 \dots & & & & & & & & & & - & \dots \\
 a_j^2 & & & & & & & & & & & - & \dots & C_{j1}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} & \dots & C_{jj}^{2l} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & - & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 a_1^l & & & & & & & & & & & & & - & \dots & C_{1j}^{ll} & \dots & C_{1j}^{ll} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & - & \dots & \dots & \dots \\
 a_j^l & & & & & & & & & & & & & & & - & \dots & C_{jj}^{ll} \\
 \dots & & & & & & & & & & & & & & & & - & \dots \\
 a_j^l & & & & & & & & & & & & & & & & & -
 \end{matrix}$$

Рис. 2. Полная матрица кратчайших расстояний (ПМКР)

Расстояния  $C_{0j}^{0i}$  между бортовым ограждением сборного транспортёра (линией 00) и КЯ  $a_j^i$ , а также  $C_{jl}^{ik}$  – между КЯ  $a_j^i$  и  $a_l^k$  измеряются в соответствии с траекторией движения работника (поз. 7 на рис. 1). Принимается, что  $C_{0j}^{0i} = C_{j0}^{i0}$  и  $C_{jl}^{ik} = C_{jl}^{ik}$ , поэтому ПМКР имеет треугольный вид. Если конструктивное исполнение склада не позволяет осуществлять двустороннее движение (проход) сотрудника между соседними рядами стеллажей, то запрещенные проезды (проходы) между КЯ обозначаются в ПМКР символом  $\infty$  (бесконечность).

При построении конкретных маршрутов из ПМКР выделяется фрагмент, содержащий только КЯ с выгружаемыми артикулами – матрица кратчайших расстояний (МКР). Во время прохождения маршрутов по сбору товаров для их доставки в цех сортировки сборный транспортёр находится во включенном состоянии (работает), поэтому для определения времени транспортирования тары с собранными артикулами к границе цеха (точке  $\omega$ ) используются данные о расстояниях  $X_j$ , которые заносятся в отдельную таблицу.

Так как без ПМКР ни одна из перечисленных задач (1) – (5) оптимизации маршрутов сбора товаров на складе решена быть не может, то построение ПМКР при проектировании системы управления складом (WMS) является весьма актуальной задачей.

Предлагаемый подход позволяет вместо известных методов поиска кратчайших путей на графе, в той или иной степени использующих перебор вариантов, определять кратчайшие расстояния между элементами склада при помощи простейших формул сложения разности координат мест нахождения сборщика товаров около КЯ. При этом для КЯ, расположенных на соседних стеллажах напротив друг друга, и в ряде случаев при обходе стеллажа может быть только одна траектория движения. В остальных случаях существует более одной траектории при одинаковом кратчайшем расстоянии между КЯ, поэтому без наличия дополнительных критериев выбора траектории определение пути следования между этими КЯ во время работы остается за сборщиком товаров. При расположении КЯ в соседних стеллажах одной колонны напротив друг друга и в различных колоннах стеллажей кратчайшие расстояния рассчитываются по одной формуле. При необходимости огибания стеллажей, расположенных в одной колонне, требуется выполнить два расчёта (для вариантов обхода стеллажей с обоих торцов), сравнить полученные результаты и выбрать наименьший.

Применение расчётных формул иллюстрируется числовыми примерами определения кратчайших расстояний между элементами склада для различных вариантов расположения стеллажей и КЯ относительно друг друга (рис. 3).

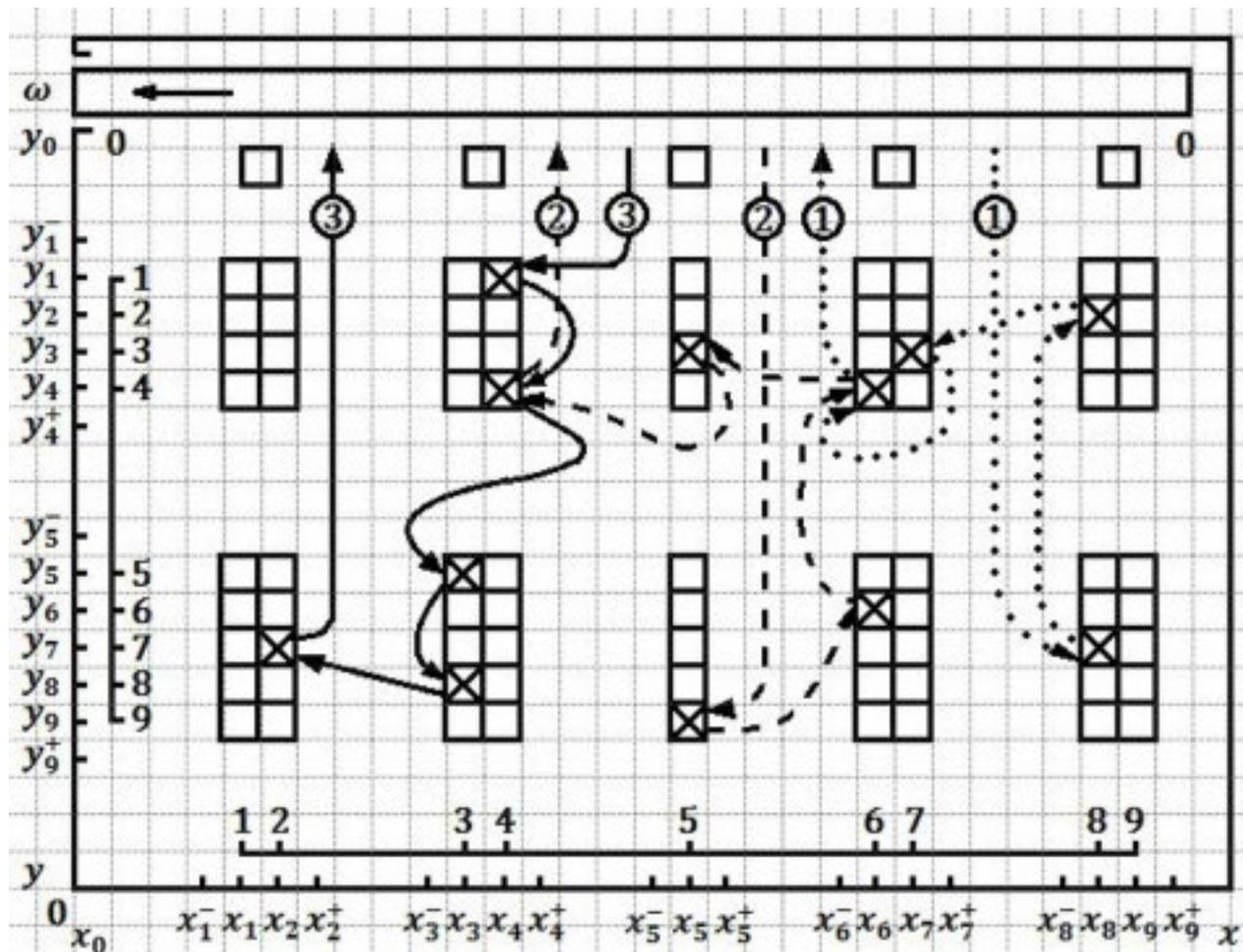


Рис. 3. План цеха СВХ с нумерацией рядов КЯ и стеллажей: крестиком обозначены КЯ, для которых определяются кратчайшие расстояния между линией 00 и КЯ и между КЯ; цифры в кружках обозначают номера рассчитанных маршрутов по сбору артикулов из указанных КЯ

В одностороннем стеллаже подход к КЯ может осуществляться с обеих сторон, поэтому каждая сторона КЯ должна иметь своё обозначение. Принимается, что со стороны начала координат по оси  $x$  КЯ  $a_j^i$  имеет обозначение  $a_{j-}^i$ , а с противоположной стороны –  $a_{j+}^i$ . При этом траектория перемещения сборщика товаров никогда не будет пролегать от одной стороны КЯ к другой, поэтому в

ПМКР на местах расстояний  $a_{j-}^i - a_{j+}^i$  и  $a_{j+}^i - a_{j-}^i$  ставятся прочерки. При проведении расчётов приняты следующие исходные данные: размер сетки координат и площади КЯ – 1·1 м; расстояние от места установки технического средства сбора и транспортирования товаров до КЯ с товаром – 0,5 м; минимальное расстояние от объезжаемого стеллажа до траектории объезда техническим средством – 0,5 м. Результаты расчетов заносятся в матрицу кратчайших расстояний (МКР) (рис. 4), содержащую КЯ, отмеченные крестиком на рис. 3, являющуюся фрагментом ПМКР.

|            | 00 | $a_4^1$ | $a_8^2$ | $a_{5-}^3$ | $a_{5+}^3$ | $a_7^3$ | $a_4^4$ | $a_6^4$ | $a_3^5$ | $a_6^6$ | $a_2^7$ | $a_8^7$ | $a_3^8$ | $a_{5-}^9$ | $a_{5+}^9$ |
|------------|----|---------|---------|------------|------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------------|------------|
| 00         | –  | 3,5     | 4,5     | 5,5        | 5,5        | 5,5     | 6,5     | 6,5     | 11,5    | 12,5    | 13,5    | 13,5    | 14,5    | 15,5       | 15,5       |
| $a_4^1$    |    | –       | 16,0    | 5,0        | 9,0        | 15,0    | 3,0     | 13,0    | 11,0    | 17,0    | 16,0    | 23,0    | 14,0    | 15,0       | 17,0       |
| $a_8^2$    |    |         | –       | 21,0       | 13,0       | 3,0     | 17,0    | 9,0     | 23,0    | 13,0    | 18,0    | 9,0     | 26,0    | 21,0       | 18,0       |
| $a_{5-}^3$ |    |         |         | –          | –          | 12,0    | 4,0     | 8,0     | 12,0    | 12,0    | 17,0    | 18,0    | 15,0    | 10,0       | 12,0       |
| $a_{5+}^3$ |    |         |         |            | –          | 10,0    | 8,0     | 4,0     | 14,0    | 10,0    | 19,0    | 16,0    | 15,0    | 12,0       | 10,0       |
| $a_7^3$    |    |         |         |            |            | –       | 14,0    | 6,0     | 20,0    | 10,0    | 25,0    | 10,0    | 23,0    | 18,0       | 16,0       |
| $a_4^4$    |    |         |         |            |            |         | –       | 10,0    | 8,0     | 14,0    | 12,0    | 20,0    | 11,0    | 12,0       | 14,0       |
| $a_6^4$    |    |         |         |            |            |         |         | –       | 16,0    | 6,0     | 21,0    | 12,0    | 19,0    | 14,0       | 12,0       |
| $a_3^5$    |    |         |         |            |            |         |         |         | –       | 14,0    | 5,0     | 20,0    | 3,0     | 12,0       | 14,0       |
| $a_6^6$    |    |         |         |            |            |         |         |         |         | –       | 19,0    | 10,0    | 17,0    | 10,0       | 6,0        |
| $a_2^7$    |    |         |         |            |            |         |         |         |         |         | –       | 25,0    | 4,0     | 13,0       | 15,0       |
| $a_8^7$    |    |         |         |            |            |         |         |         |         |         |         | –       | 21,0    | 14,0       | 12,0       |
| $a_3^8$    |    |         |         |            |            |         |         |         |         |         |         |         | –       | 9,0        | 10,0       |
| $a_{5-}^9$ |    |         |         |            |            |         |         |         |         |         |         |         |         | –          | –          |
| $a_{5+}^9$ |    |         |         |            |            |         |         |         |         |         |         |         |         |            | –          |

Рис. 4. Матрица кратчайших расстояний (МКР), м – фрагмент ПМКР

## Общая схема алгоритма

**Шаг 1. Определение кратчайших расстояний между бортовым ограждением сборного транспортёра (линией 00) и КЯ стеллажей**

$$C_{0j}^{0i} = y_i - y_0 = y_i - 0 = y_i. \quad (1)$$

Примеры:

$$C_{04}^{01} = y_1 = 3,5; \quad C_{08}^{07} = y_7 = 13,5; \quad C_{05-}^{09} = C_{05+}^{09} = y_9 = 15,5.$$

**Шаг 2. Определение кратчайших расстояний между КЯ, расположенными в одном ряду стеллажей (по одну сторону для однорядных стеллажей)**

$$C_{jj}^{ik} = y_j^k - y_j^i, \quad k > i. \quad (2)$$

Примеры:

$$C_{33}^{58} = y_3^8 - y_3^5 = 14,5 - 11,5 = 3,0;$$

$$C_{88}^{27} = y_8^7 - y_8^2 = 13,5 - 4,5 = 9,0;$$

$$C_{5-5-}^{93} = y_{5-}^9 - y_{5-}^3 = 15,5 - 5,5 = 10,0.$$

**Шаг 3. Определение кратчайших расстояний между КЯ, траектория движения работника между которыми не требует огибания стеллажей**

**3.1. Ряды стеллажей располагаются напротив друг друга**

$$C_{jl-}^{ik} = \begin{cases} y_k - y_i + x_{l-} - x_{j+}, & \text{если } k \geq i, l \geq j; \\ y_k - y_i + x_{j-} - x_{l+}, & \text{если } k \geq i, l \leq j. \end{cases} \quad (3)$$

$$(4)$$

Примеры:

$$C_{32}^{57} = 13,5 - 11,5 + 9,5 - 6,5 = 5,0;$$

$$C_{45-}^{49} = 15,5 - 6,5 + 15,5 - 12,5 = 12,0;$$

$$C_{48}^{17} = 13,5 - 3,5 + 25,5 - 12,5 = 23,0.$$

**3.2. Ряды стеллажей располагаются противоположно друг другу**

$$C_{jl}^{ik} = \begin{cases} y_k - y_i + x_{l+} - x_{j-}, & \text{если } k \geq i, l \geq j; \\ y_k - y_i + x_{j+} - x_{l-}, & \text{если } k \geq i, l \leq j. \end{cases} \quad (5)$$

Примеры:

$$C_{73}^{35} = 11,5 - 5,5 + 23,5 - 9,5 = 20,0;$$

$$C_{75-}^{39} = 15,5 - 5,5 + 23,5 - 15,5 = 18,0;$$

$$C_{5-5+}^{39} = 15,5 - 5,5 + 17,5 - 15,5 = 12,0;$$

$$C_{5+5-}^{39} = 15,5 - 5,5 + 17,5 - 15,5 = 12,0.$$

**3.3. Ряды стеллажей имеют один ориентир относительно начала координат по оси x**

**3.3.1. Места загрузки и разгрузки КЯ расположены со стороны начала координат**

$$C_{jl}^{ik} = y_k - y_i + x_{l-} - x_{j-}, \quad k \geq i, l \geq i. \quad (7)$$

Примеры:

$$C_{63}^{45} = 11,5 - 6,5 + 20,5 - 9,5 = 16,0;$$

$$C_{5-3}^{38} = 14,5 - 5,5 + 15,5 - 9,5 = 15,0.$$

**3.3.2. Места загрузки и разгрузки КЯ располагаются с противоположной стороны от начала координат**

$$C_{jl}^{ik} = y_k - y_i + x_{l+} - x_{j+}, \quad k \geq i, l \geq i. \quad (8)$$

Примеры:

$$C_{72}^{37} = 13,5 - 5,5 + 23,5 - 6,5 = 25,0;$$

$$C_{45+}^{45} = 15,5 - 6,5 + 17,5 - 12,5 = 14,0.$$

**Шаг 4. Определение кратчайших расстояний между КЯ стеллажей, расположенных в одной колонне, когда траектории движения работника между КЯ требует огибания торцов стеллажей**

Введём понятия КЯ «начала» и КЯ «конца» стеллажей. КЯ «начала» стеллажа назовем КЯ, расположенные с торца стеллажа со стороны сборного транспортёра (линии 00) (рис. 1, 3). КЯ «конца» стеллажа назовем КЯ, расположенные с торца стеллажа с противоположной стороны по отношению к сборному транспортёру (линии 00).

#### 4.1. Ряды стеллажей располагаются напротив друг друга

$$C_{jl}^{ik} = \min \begin{cases} y_k + y_i - 2y_{\text{КЯ начала стеллажа-}} + x_{l-} - x_{i+}, & (9) \\ 2y_{\text{КЯ конца стеллажа+}} - y_k - y_i + x_{l-} - x_{i+}, & (10) \end{cases}$$

если  $k \geq i; l \geq j$ ;

$$C_{jl}^{ik} = \min \begin{cases} y_k + y_i - 2y_{\text{КЯ начала стеллажа-}} + x_{j-} - x_{l+}, & (11) \\ 2y_{\text{КЯ конца стеллажа+}} - y_k - y_i + x_{j-} - x_{l+}, & (12) \end{cases}$$

если  $k \geq i; l \leq j$ .

Примеры:

$$C_{48}^{12} = \min \begin{cases} 4,5 + 3,5 - 2 \cdot 2,5 + 25,5 - 12,5 = 16,0; \\ 2 \cdot 7,5 - 4,5 - 3,5 + 25,5 - 12,5 = 20,0; \end{cases}$$

$C_{48}^{12} = 16,0$  – огибание стеллажа производится со стороны сборного транспортёра.

$$C_{25-}^{79} = \min \begin{cases} 13,5 + 15,5 - 2 \cdot 10,5 + 15,5 - 6,5 = 17,0; \\ 2 \cdot 16,5 - 15,5 - 13,5 + 15,5 - 6,5 = 13,0; \end{cases}$$

$C_{25-}^{79} = 13,0$  – огибание стеллажа производится со стороны противоположной сборному транспортёру.

$$C_{85+}^{79} = \min \begin{cases} 13,5 + 15,5 - 2 \cdot 10,5 + 25,5 - 17,5 = 16,0; \\ 2 \cdot 16,5 - 13,5 - 15,5 + 25,5 - 17,5 = 12,0; \end{cases}$$

$C_{85+}^{79} = 12,0$  – огибание стеллажа производится со стороны противоположной сборному транспортёру.

$$C_{28}^{77} = \min \begin{cases} 13,5 + 13,5 - 2 \cdot 10,5 + 25,5 - 6,5 = 25,0; \\ 2 \cdot 16,5 - 13,5 - 13,5 + 25,5 - 6,5 = 25,0; \end{cases}$$

$C_{28}^{77} = 25,0$  – огибание стеллажей может производиться как со стороны сборного транспортёра, так и с противоположной стороны.

#### 4.2. Ряды стеллажей располагаются противоположно друг другу

$$C_{jl}^{ik} = \min \begin{cases} y_k + y_i - 2y_{\text{КЯ начала стеллажа-}} + x_{l+} - x_{j-}, & (13) \\ 2y_{\text{КЯ конца стеллажа+}} - y_k - y_i + x_{l+} - x_{j-}, & (14) \end{cases}$$

если  $k \geq i; l \geq j$ ;

$$C_{jl}^{ik} = \min \begin{cases} y_k + y_i - 2y_{\text{КЯ начала стеллажа-}} + x_{j+} - x_{l-}, & (15) \\ 2y_{\text{КЯ конца стеллажа+}} - y_k - y_i + x_{j+} - x_{l-}, & (16) \end{cases}$$

если  $k \geq i; l \leq j$ .

Пример:

$$C_{5-7}^{33} = \min \begin{cases} 5,5 + 5,5 - 2 \cdot 2,5 + 23,5 - 15,5 = 14,0; \\ 2 \cdot 7,5 - 5,5 - 5,5 + 23,5 - 15,5 = 12,0; \end{cases}$$

$C_{5-7}^{33} = 12,0$  – огибание стеллажей производится со стороны противоположной сборному транспортёру.

#### 4.3. Ряды стеллажей имеют одинаковую ориентацию относительно начала координат по оси x

##### 4.3.1. Места загрузки и разгрузки КЯ располагаются со стороны начала координат

$$C_{jl}^{ik} = \min \begin{cases} y_i + y_k - 2y_{\text{КЯ начала стеллажа-}} + x_{l-} - x_{j-}, & (17) \\ 2y_{\text{КЯ конца стеллажа+}} - y_i - y_k + x_{l-} - x_{j-}, & (18) \end{cases}$$

при  $k \geq i; l \geq j$ .

Пример:

$$C_{86}^{24} = \min \begin{cases} 6,5 + 4,5 - 2 \cdot 2,5 + 25,5 - 20,5 = 11,0; \\ 2 \cdot 7,5 - 6,5 - 4,5 + 25,5 - 20,5 = 9,0; \end{cases}$$

$C_{86}^{24} = 9,0$  – огибание стеллажей производится со стороны противоположной сборному транспортёру.

**4.3.2. Места загрузки и разгрузки КЯ располагаются с противоположной стороны от начала координат**

$$C_{jl}^{ik} = \min \begin{cases} y_k + y_i - 2y_{\text{КЯ начала стеллажа-}} + x_{l+} - x_{j+}, & (19) \\ 2y_{\text{КЯ конца стеллажа+}} - y_k - y_i + x_{l+} - x_{j+}, & (20) \end{cases}$$

при  $k \geq i; l \geq j$ .

Пример:

$$C_{47}^{13} = \min \begin{cases} 5,5 + 3,5 - 2 \cdot 2,5 + 23,5 - 12,5 = 15,0; \\ 2 \cdot 7,5 - 5,5 - 3,5 + 23,5 - 12,5 = 17,0; \end{cases}$$

$C_{47}^{13} = 15,0$  – огибание стеллажей производится со стороны сборного транспортёра.

**Пример использования МКР для построения маршрутов сбора артикулов со стеллажей**

Постановка задачи: минимизировать проход по маршрутам сборщиков товаров при ограничении на вместимость тары.

Исходные данные: МКР (рис. 4), преобразованная для удобства расчетов в квадратный вид (рис. 5);  $M = 6$  – число ярусов в КЯ; количество артикулов, находящихся в КЯ, приведено в табл. 1.

Таблица 1

Размещение артикулов по КЯ стеллажей

| КЯ                      | $a_4^1$ | $a_8^2$ | $a_5^3$ | $a_7^3$ | $a_4^4$ | $a_6^4$ | $a_3^5$ | $a_6^6$ | $a_2^7$ | $a_8^7$ | $a_3^8$ | $a_5^9$ | Итого |
|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| Количество артикулов, m | 2       | 3       | 1       | 6       | 3       | 4       | 1       | 5       | 6       | 4       | 2       | 5       | 42    |

$E = 15(15 > 6)$  ед. – вместимость тары;  $V_p = 0,5$  м/с – скорость движения работника с тележкой на маршруте;  $V_T = 0,2$  м/с – скорость движения рабочего органа транспортёра;  $t_{я} = 20$  с – среднее время выемки артикула работником из ячейки стеллажа, регистрации артикула и укладки в тару;  $t_y = 10$  с – время установки тары с артикулами на рабочий орган сборного транспортёра.

Решение задачи производится с помощью модифицированного метода «ближайшего соседа» [10]. Модификация заключается в том, что построение каждого очередного маршрута начинается от КЯ, находящейся в ряду стеллажей, наиболее удаленном от точки  $\omega$  (рис. 3), т.е. имеющему максимальный номер  $j$ , и в ряду КЯ, имеющему максимальный номер  $i$  для этого ряда стеллажей ( $a_{max\ j}^{max\ i}$ ). Если в строке и/или столбце МКР находится одно или несколько одинаковых минимальных значений элементов, например  $\Delta_{max\ jl}^{max\ ik} = \Delta_{max\ jg}^{max\ ip}$ , предпочтение отдается КЯ, находящейся в более дальнем от точки  $\omega$  ряду стеллажей, т.е. при  $l > q$  должна быть выбрана КЯ  $a_l^k$ , а при  $l = q$ ,  $k > p$  предпочтение отдается КЯ с большим номером строки, т.е. КЯ  $a_l^k$ .

Количество перегружаемых артикулов из КЯ  $a_l^k$  в тару определяется оставшимся резервом вместимости  $E$  тары  $R$ . Если  $R \geq m_l^k$ , то в тару

перегружаются все  $m_l^k$  артикулы, если  $R < m_l^k$ , то в тару перегружается  $R$  артикулов, а  $m_l^{k'} = m_l^k - R$  остается в КЯ  $a_l^k$ .

Наиболее удаленным от точки  $\omega$  является ряд стеллажей с номером 8 (рис. 3), а КЯ, имеющей максимальный номер в этом ряду стеллажей – КЯ  $a_8^7$ . С этой КЯ начинается построение первого маршрута. Все артикулы из КЯ  $a_8^7$  перегружаются в тару. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - 4 = 11 > 0$ . Количество артикулов в КЯ  $a_8^7$  становится равным нулю ( $m_8^7 = 0$ ) (табл. 2). Построение маршрута продолжается.

Наименьшим из элементов, находящихся в строке и столбце основной части МКР (рис. 5), соответствующих КЯ  $a_8^7$ , является элемент  $\Delta_{88}^{72} = 9,0$  (и противоположный ему элемент  $\Delta_{88}^{27}$ ). Этому элементу соответствует КЯ  $a_8^2$  (рис. 3). Образуется маршрут  $00 - a_8^7 - a_8^2 - 00 - \omega$ . Маршрут проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 1  $11 > 3$ , поэтому все артикулы из КЯ  $a_8^2$  перегружаются в тару, дуга  $a_8^7 - a_8^2$  включается в маршрут. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - (4 + 3) = 8$ . Количество артикулов в КЯ  $a_8^2$  становится равным нулю ( $m_8^2 = 0$ ) (табл. 2). Строка  $a_8^7$  и столбец  $a_8^2$  в МКР вычеркиваются. Вычеркивается также противоположный элемент  $\Delta_{88}^{27}$  (поз. а, рис. 5). Построение маршрута продолжается.

Таблица 2

Преобразование данных при перегрузке артикулов из КЯ стеллажей в тару  
 при построении маршрутов

| №<br>построенного<br>маршрута | Количество артикулов, оставшихся в КЯ, $m_j^i$ ,<br>после построения очередного маршрута |         |         |         |         |         |         |         |         |         |         |         | Число<br>артикулов,<br>перегруженных<br>в тару |       |
|-------------------------------|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--|-------|
|                               | $a_4^1$  | $a_8^2$ | $a_5^3$ | $a_7^3$ | $a_4^4$ | $a_6^4$ | $a_3^5$ | $a_6^6$ | $a_2^7$ | $a_8^7$ | $a_3^8$ | $a_5^9$ |  | Итого |
| 1                             | 2  | 0       | 1       | 0       | 3       | 2       | 1       | 5       | 6       | 0       | 2       | 5       | 27   | 15    |
| 2                             | 2  | 0       | 0       | 0       | 1       | 0       | 1       | 0       | 6       | 0       | 2       | 0       | 12   | 15    |
| 3                             | 0  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0  | 12    |

Среди невычеркнутых элементов строк и столбцов МКР, связанных с КЯ  $a_8^7$  и  $a_8^2$ , минимальным является элемент  $\Delta_{87}^{23} = 3,0$ . Дуга  $a_8^2 - a_7^3$  претендует на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_8^7 - a_8^2 - a_7^3 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 1  $8 > 6$ , поэтому все артикулы из КЯ  $a_7^3$  перегружаются в тару, дуга  $a_8^2 - a_7^3$  включается в маршрут. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - (4 + 3 + 6) = 2$ . Количество артикулов в КЯ  $a_7^3$  становится равным нулю ( $m_7^3 = 0$ ) (табл. 2). Строка  $a_8^2$  и столбец  $a_7^3$  в МКР вычеркиваются, вычеркивается также элемент  $\Delta_{78}^{37}$ , как приводящий к замыканию маршрута  $a_8^7 - a_8^2 - a_7^3 - a_8^7$  (поз. б, рис. 5). Построение маршрута продолжается.

|            | 00   | $a_4^1$ | $a_8^2$ | $a_5^3$ | $a_{5+}^3$ | $a_7^3$ | $a_4^4$ | $a_6^4$ | $a_3^5$ | $a_6^6$ | $a_2^7$ | $a_8^7$ | $a_3^8$ | $a_{3+}^8$ |      |   |
|------------|------|---------|---------|---------|------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------------|------|---|
| 00         | —    | 3,5     | 4,5     | 5,5     | 5,5        | 5,5     | 6,5     | 6,5     | 11,5    | 12,5    | 13,5    | 13,5    | 14,5    | 15,5       | 15,5 |   |
| $a_4^1$    | 3,5  | —       | 16,0    | 5,0     | 9,0        | 15,0    | 3,0     | 13,0    | 11,0    | 17,0    | 16,0    | 23,0    | 14,0    | 15,0       | 17,0 | к |
| $a_8^2$    | 4,5  | 16,0    | —       | 21,0    | 13,0       | 3,0     | 17,0    | 9,0     | 23,0    | 13,0    | 18,0    | 9,0     | 26,0    | 21,0       | 18,0 | б |
| $a_5^3$    | 5,5  | 5,0     | 21,0    | —       | 12,0       | 4,0     | 8,0     | 12,0    | 12,0    | 17,0    | 18,0    | 15,0    | 10,0    | 12,0       | 12,0 | е |
| $a_{5+}^3$ | 5,5  | 9,0     | 13,0    | 12,0    | —          | 10,0    | 8,0     | 4,0     | 14,0    | 10,0    | 19,0    | 16,0    | 15,0    | 12,0       | 10,0 | д |
| $a_7^3$    | 5,5  | 15,0    | 3,0     | 12,0    | 10,0       | —       | 14,0    | 6,0     | 20,0    | 10,0    | 25,0    | 10,0    | 23,0    | 18,0       | 16,0 | в |
| $a_4^4$    | 6,5  | 3,0     | 17,0    | 4,0     | 8,0        | 14,0    | —       | 10,0    | 8,0     | 14,0    | 12,0    | 20,0    | 11,0    | 12,0       | 14,0 | л |
| $a_6^4$    | 6,5  | 13,0    | 9,0     | 8,0     | 4,0        | 6,0     | 10,0    | —       | 16,0    | 6,0     | 21,0    | 13,0    | 19,0    | 14,0       | 12,0 | г |
| $a_3^5$    | 11,5 | 11,0    | 23,0    | 12,0    | 14,0       | 20,0    | 8,0     | 16,0    | —       | 14,0    | 5,0     | 20,0    | 3,0     | 12,0       | 14,0 | м |
| $a_6^6$    | 12,5 | 17,0    | 13,0    | 12,0    | 10,0       | 10,0    | 14,0    | 6,0     | 14,0    | —       | 19,0    | 10,0    | 17,0    | 10,0       | 6,0  | ж |
| $a_2^7$    | 13,5 | 16,0    | 18,0    | 17,0    | 19,0       | 25,0    | 12,0    | 21,0    | 5,0     | 19,0    | —       | 25,0    | 4,0     | 13,0       | 15,0 |   |
| $a_8^7$    | 13,5 | 23,0    | 9,0     | 18,0    | 16,0       | 10,0    | 20,0    | 12,0    | 20,0    | 10,0    | 25,0    | —       | 21,0    | 14,0       | 12,0 | а |
| $a_3^8$    | 14,5 | 14,0    | 26,0    | 15,0    | 15,0       | 23,0    | 11,0    | 19,0    | 3,0     | 17,0    | 4,0     | 21,0    | —       | 9,0        | 10,0 | о |
| $a_5^8$    | 15,5 | 15,0    | 21,0    | 10,0    | 12,0       | 18,0    | 12,0    | 14,0    | 2,0     | 10,0    | 13,0    | 14,0    | 9,0     | —          | —    | з |
| $a_{5+}^8$ | 15,5 | 17,0    | 18,0    | 12,0    | 10,0       | 16,0    | 14,0    | 12,0    | 14,0    | 6,0     | 15,0    | 12,0    | 10,0    | —          | —    | и |

Рис. 5. Матрица кратчайших расстояний (МКР), м – фрагмент ПМКР (квадратная) с решением: буквы указывают последовательность вычеркивания строк и столбцов

Из невычеркнутых элементов строк и столбцов МКР (рис. 5), связанных с КЯ  $a_7^3$  и  $a_8^7$ , минимальным является элемент  $\Delta_{76}^{34} = 6,0$ . Дуга  $a_7^3 - a_6^4$  анализируется для включения в маршрут. Маршрут  $00 - a_8^7 - a_8^2 - a_7^3 - a_6^4 - 00 - \omega$  анализируется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл.1  $2 < 4$ , поэтому в тару из КЯ  $a_6^4$  перегружаются  $R = 2$  артикула, а  $m_6^4 - R = 4 - 2 = 2$  остаются на стеллаже (табл. 2). Столбец  $a_8^7$  и строка  $a_7^3$  в МКР вычеркиваются (поз. в, рис. 5). Построение маршрута завершено. Количество артикулов, оставшихся в КЯ после построения первого

маршрута из табл. 1 переносится в табл. 2. Проход работника по первому маршруту составит:

$$C_{M1} = C_{08}^{07} + C_{88}^{72} + C_{87}^{23} + C_{70}^{30} = 13,5 + 9,0 + 3,0 + 5,5 = 31,0 \text{ м.}$$

Построение второго маршрута начинается с КЯ  $a_6^6$ , расположенной в наиболее удаленном от точки  $\omega$  после построения первого маршрута ряду стеллажей. Все артикулы из КЯ  $a_6^6$  перегружаются в тару. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - 5 = 10 > 0$ . Количество артикулов в КЯ  $a_6^6$  становится равным нулю ( $m_6^6 = 0$ ) (табл. 2). Построение маршрута продолжается.

Наименьшим из невычеркнутых элементов, находящихся в строке и столбце основной части МКР (рис. 5), соответствующих КЯ  $a_6^6$ , являются  $\Delta_{66}^{64} = \Delta_{65+}^{69} = 6,0$  и противоположные им элементы  $\Delta_{66}^{46}$  и  $\Delta_{5+6}^{96}$ . Для продолжения маршрута выбирается КЯ  $a_6^4$ , находящаяся в наиболее дальнем ряду стеллажей от точки  $\omega$  (рис. 3). Образуется маршрут  $00 - a_6^4 - a_6^6 - 00 - \omega$ . Маршрут проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $10 > 2$ , поэтому оставшиеся артикулы из КЯ  $a_6^4$  перегружаются в тару, дуга  $a_6^4 - a_6^6$  включается в маршрут. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - (5 + 2) = 8$ . Количество артикулов в КЯ  $a_6^4$  становится равным нулю ( $m_6^4 = 0$ ) (табл. 2). Строка  $a_6^4$  и столбец  $a_6^6$  в МКР вычеркиваются. Вычеркивается также противоположный элемент  $\Delta_{66}^{64}$  (поз. г, рис. 5). Построение маршрута продолжается.

Анализируется столбец, связанный с КЯ  $a_6^4$ , и строка, связанная с КЯ  $a_6^6$  основной части МКР. Наименьшим элементом, расположенным в столбце  $a_6^4$ ,

является элемент  $\Delta_{5+6}^{34} = 4,0$  (рис. 5). Дуга  $a_{5+}^3 - a_6^4$  претендует на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_{5+}^3 - a_6^4 - a_6^6 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $8 > 1$ , поэтому артикул из КЯ  $a_5^3$  перегружается в тару, дуга  $a_{5+}^3 - a_6^4$  включается в маршрут. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - (5 + 2 + 1) = 7$ . Строка  $a_{5+}^3$  и столбец  $a_6^4$  в МКР вычеркиваются. Вычеркивается элемент  $\Delta_{65+}^{63}$ , приводящий к замыканию маршрута  $a_{5+}^3 - a_6^4 - a_6^6 - a_{5+}^3$ . Вычеркиваются также строка и столбец КЯ  $a_{5-}^3$ , так как все артикулы из КЯ  $a_5^3$  выгружены (поз. д, е, рис. 5). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец, связанный с КЯ  $a_{5+}^3$ , и строка, связанная с КЯ  $a_6^6$  основной части МКР. Наименьшим элементом, расположенным в строке  $a_6^6$ , является элемент  $\Delta_{65+}^{69} = 6,0$  (рис. 5). Дуга  $a_6^6 - a_{5+}^9$  анализируется на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_{5+}^3 - a_6^4 - a_6^6 - a_{5+}^9 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $7 > 5$ , поэтому артикул из КЯ  $a_5^9$  перегружается в тару, дуга  $a_6^6 - a_{5+}^9$  включается в маршрут. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - (5 + 2 + 1 + 5) = 2$ . Строка  $a_6^6$  и столбец  $a_{5+}^9$  в МКР вычеркиваются, вычеркивается элемент  $a_{5+5+}^{93}$ , как замыкающий маршрут  $a_{5+}^3 - a_6^4 - a_6^6 - a_{5+}^9 - a_{5+}^3$ , вычеркиваются также строка и столбец КЯ  $a_{5-}^9$ , так как все артикулы из КЯ  $a_5^9$  выгружены (поз. ж, з, рис. 5). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец, связанный с КЯ  $a_{5+}^3$ , и строка, связанная с КЯ  $a_{5+}^9$  основной части МКР. Наименьшим элементом, расположенным в столбце  $a_{5+}^3$ , является  $\Delta_{45+}^{43} = 8,0$  (рис. 5). Дуга  $a_4^4 - a_{5+}^3$  анализируется на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_4^4 - a_{5+}^3 - a_6^4 - a_6^6 - a_{5+}^9 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $2 < 3$ , поэтому из КЯ  $a_4^4$  в тару перегружается два артикула, один артикул остается в КЯ  $a_4^4$  (табл. 2). Дуга  $a_4^4 - a_{5+}^3$  включается в маршрут. Оставшийся резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - (5 + 2 + 1 + 5 + 2) = 0$ . Столбец  $a_{5+}^3$  и строка  $a_{5+}^9$  в МКР вычеркиваются (поз. и, рис.5). Построение маршрута завершено. Количество артикулов, оставшихся в КЯ поле построения второго маршрута представлено в табл. 2. Рассчитанный маршрут начинается с КЯ  $a_4^4$ , расположенной ближе к точке  $\omega$ , чем КЯ  $a_{5+}^9$ , которой заканчивается маршрут. В силу равенства прохода работника по маршруту в прямом и обратном направлениях, целесообразно с точки зрения минимизации времени доставки тары с уложенными артикулами сборным транспортёром к границе цеха начать второй маршрут с КЯ  $a_{5+}^9$ , а закончить КЯ  $a_4^4$  (рис. 3). Этот результат можно было бы получить сразу, выбрав продолжение маршрута от КЯ  $a_6^6$  в сторону КЯ  $a_4^4$ . Проход работника по второму маршруту составит:

$$C_{м2} = C_{05+}^{09} + C_{5+6}^{96} + C_{66}^{64} + C_{65+}^{43} + C_{5+4}^{34} + C_{40}^{40} = 15,5 + 6,0 + 6,0 + 4,0 + 8,0 + 6,5 = 46,0 \text{ м.}$$

Построение третьего маршрута начинается с КЯ  $a_4^4$ , расположенной в наиболее удаленном от точки  $\omega$  после построения второго маршрута ряду

стеллажей. Оставшийся артикул из КЯ  $a_4^4$  перегружается в тару. Резерв вместимости тары составляет  $R = 15 - 1 = 14 > 0$ . Количество артикулов в КЯ  $a_4^4$  становится равным нулю ( $m_4^4 = 0$ ) (табл. 2). Построение маршрута продолжается.

Наименьшим из невычеркнутых элементов, находящихся в строке и столбце основной части МКР (рис. 5), соответствующих КЯ  $a_4^4$ , являются  $\Delta_{44}^{41} = \Delta_{44}^{14} = 3,0$ . Образуется маршрут  $00 - a_4^1 - a_4^4 - 00 - \omega$ . Маршрут проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $14 > 2$ , оба артикула из КЯ  $a_4^1$  перегружаются в тару,  $R = 15 - (1 + 2) = 12$ . Количество артикулов в КЯ  $a_4^1$  становится равным нулю ( $m_4^1 = 0$ ) (табл. 2). Строка  $a_4^1$ , столбец  $a_4^4$  и элемент  $\Delta_{44}^{41}$  в МКР вычеркиваются (поз. к, рис. 5). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец  $a_4^1$  и строка  $a_4^4$  основной части МКР. Наименьшим является элемент в строке  $a_4^4$   $\Delta_{43}^{45} = 8,0$  (рис. 5). Дуга  $a_4^4 - a_3^5$  анализируется на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_4^1 - a_4^4 - a_3^5 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничений на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $12 > 1$ , поэтому артикул из КЯ  $a_3^5$  перегружается в тару, дуга  $a_4^4 - a_3^5$  включается в маршрут,  $R = 15 - (1 + 2 + 1) = 11$ . Строка  $a_4^4$ , столбец  $a_3^5$  и элемент  $\Delta_{34}^{51}$  в МКР вычеркиваются (поз. л, рис. 5). Количество артикулов в КЯ  $a_3^5$  становится равным нулю ( $m_3^5 = 0$ ) (табл. 2). Построение маршрута продолжается.

Анализируется столбец  $a_4^1$  и строка  $a_3^5$  основной части МКР. Наименьшим является элемент  $\Delta_{33}^{58} = 3,0$  в строке  $a_3^5$  (рис. 5). Дуга  $a_3^5 - a_3^8$  анализируется

на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_4^1 - a_4^4 - a_3^5 - a_3^8 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $11 > 2$ , поэтому все артикулы из КЯ  $a_3^8$  перегружаются в тару, дуга  $a_3^5 - a_3^8$  включается в маршрут,  $R = 15 - (1 + 2 + 1 + 2) = 9$ . Строка  $a_3^5$  и столбец  $a_3^8$  в МКР вычеркиваются (поз. м, рис. 5). Вычеркивается также элемент  $\Delta_{34}^{81}$ . Количество артикулов в КЯ  $a_3^8$  становится равным нулю ( $m_3^8 = 0$ ) (табл. 2). Построение маршрута продолжается.

Анализируется строка  $a_3^8$  и столбец  $a_4^1$  основной части МКР. Наименьшим является элемент в строке  $a_3^8$   $\Delta_{32}^{87} = 4,0$  (рис. 5). Дуга  $a_3^8 - a_2^7$  анализируется на включение в маршрут. Маршрут  $00 - a_4^1 - a_4^4 - a_3^5 - a_3^8 - a_2^7 - 00 - \omega$  проверяется на соблюдение ограничения на вместимость тары. В соответствии с табл. 2  $9 > 6$ , поэтому все артикулы из КЯ  $a_2^7$  перегружаются в тару, дуга  $a_3^8 - a_2^7$  включается в маршрут,  $R = 15 - (1 + 2 + 1 + 2 + 6) = 3$ . Строка  $a_3^8$ , столбец  $a_2^7$  и элемент  $\Delta_{24}^{71}$  в МКР вычеркиваются (поз. о, рис. 5). Количество артикулов в КЯ  $a_2^7$  становится равным нулю ( $m_2^7 = 0$ ) (табл. 2). В МКР не осталось невычеркнутых элементов (рис.5), а в цехе занятых КЯ (табл. 2). Построение третьего маршрута и схемы маршрутов закончено. Проход работника по третьему маршруту составит:

$$C_{мз} = C_{04+}^{01} + C_{44}^{14} + C_{43}^{45} + C_{33}^{58} + C_{32}^{87} + C_{20}^{70} = 3,5 + 3,0 + 8,0 + 3,0 + 4,0 + 13,5 = 35,0 \text{ м.}$$

Для сбора и доставки артикулов к точке  $\omega$  при заданной вместимости тары требуются три оператора. Построенные маршруты показаны на рис. 3. Время

обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к точке  $\omega$  определяется по формуле:

$$T_M = \frac{C_M}{V_p} + m_M \cdot t_{я} + t_y + \frac{S_{jM}}{V_T}, \text{ с}, \quad (21)$$

где  $C_M$ , м – проход работника по маршруту;  $S_{jM}$ , м – расстояние от места установки тары с загруженными артикулами на сборный транспортёр до границы цеха (точки  $\omega$ ) (рис. 3 – 5), в частности  $S_{61} = 20,5$  м;  $S_{42} = 12,5$  м;  $S_{23} = 6,5$  м.

Трудовые затраты на обслуживание маршрутов составляют:

$$T = T_M - \frac{S_{jM}}{V_T}, \text{ чел. - с} = \left( T_M - \frac{S_{jM}}{V_T} \right) / 3600, \text{ чел. - ч}. \quad (22)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения показателей обслуживания маршрутов

| № маршрута | Маршрут  | Проход работника, $C_M$ , м | Время обслуживания, $T_M$ , с | Трудовые затраты, $T$ |          |
|------------|--|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------|----------|
|            |  |                             |                               | чел. – с              | чел. – ч |
| 1          | $00 - a_8^7 - a_8^2 - a_7^3 - a_6^4 - 00 - \omega$               | 31,0                        | 474,5                         | 372,0                 | 0,10     |
| 2          | $00 - a_4^4 - a_{5+}^3 - a_6^4 - a_6^6 - a_{5+}^9 - 00 - \omega$ | 46,9                        | 464,5                         | 402,0                 | 0,11     |
| 3          | $00 - a_4^1 - a_4^4 - a_3^5 - a_3^8 - a_2^7 - 00 - \omega$       | 35,0                        | 352,5                         | 320,0                 | 0,09     |
| Итого      | –  | 112,0                       | –                             | 1094,0                | 0,30     |

Максимальное время обслуживания маршрута и доставки артикулов к границе цеха равно

$$\max\{T_{M1}; T_{M2}; T_{M3}\} = \max\{474,5; 464,5; 352,5\} = 474,5 \text{ с.}$$

Рекомендации по выбору расчетной вместимости тары и очередности выгрузки артикулов из ячеек КЯ на маршруты при одновременном подходе работников к КЯ приведены в [8].

## **Выводы**

1. Матрица кратчайших расстояний (МКР) служит основой исходных данных для построения маршрутов по размещению и сбору товаров на складе временного хранения (СВХ) при различных критериях оптимизации и алгоритмах построения маршрутов.

2. Описанный алгоритм обеспечивает построение МКР между колонками ячеек (КЯ) стеллажей на СВХ при возможности задания координат КЯ в прямоугольной системе координат на плане цеха.

3. Приведены примеры расчета элементов МКР для разных комбинаций расположения КЯ на плане цеха, а также рассмотрен пример использования МКР для построения маршрутов сбора товаров со стеллажей при ограничении на вместимость тары с помощью модифицированного метода «ближайшего соседа».

4. После построения каждого маршрута необходимо уточнить направление движения работника по маршруту. При правильно выбранном направлении координата  $X$  ряда стеллажа окончания маршрута должна быть не дальше координаты КЯ начала маршрута по отношению к началу координат. В противном случае необходимо изменить направление движения работника по маршруту на противоположное.

5. От того, что построение каждого нового маршрута производится без перебора всех невычеркнутых элементов МКР, а начинается с КЯ, наиболее удаленной от границы цеха, в МКР анализируются только строка и столбец, связанные с двумя КЯ, претендующими быть включенными в маршрут, обеспечивается непрерывность построения каждого маршрута и минимизируется время расчета.

6. По сравнению с модифицированными эвристическими методами («ближайшего соседа», Флетчера-Кларка-Райта [6-9]) более точно решение задач маршрутизации на СВХ возможно, может быть, с помощью метода имитационного моделирования [11, 12]. Однако этот метод требует значительно большего числа итераций и, соответственно, времени на решение задачи. Поэтому для оперативного построения маршрутов на СВХ рекомендуется применять приближенные эвристические методы.

7. Наличие в системах управления (WMS) складских комплексов крупных компаний оптовой торговли («Комус» и др.) и компаний, занимающихся курьерской доставкой («Почта России», «Главный центр специальной связи», DPD, SPSR Express и др.), программного обеспечения, реализующего построение МКР и маршрутов по размещению и сбору товаров, позволит диспетчеру СВХ в диалоговом режиме с ЭВМ оптимизировать управление производственным процессам на складе в зависимости от оперативно складывающейся ситуации.

### Список литературы

1. Дыбская В.В. Логистика складирования: Учебник – М.: ИНФРА-М, 2015. – 559 с.
2. Ван ден Берг Йерун Питер. Склад как конкурентное преимущество / Пер. с англ. Д. Любовина. – М.: АХЕЛОТ, Альпина Паблишер, 2017. – 337 с.
3. Фразелли Э. Мировые стандарты складской логистики / Пер. с англ. Д. Любовина. – 3-е изд. – М.: Альпина Паблишер, 2017. – 330 с.
4. Завьялов К., Санкина Е. Индустриально-логистический парк KENON: расширение рынка сбыта и оптимизация логистики на территории Китай – Забайкальск – Восточная Сибирь // Логистика. – 2014. – № 7. – С. 12-15.
5. Толмачев К. Повышение эффективности автоматизированной сортировки на складе // Логистика. – 2014. – № 8. – С. 30-34.
6. Барсук И.В. Алгоритм построения маршрутов сбора товаров со стеллажей // Логистика. – 2016. – № 8. – С. 22-29.

7. Барсук И.В. Организация сборов товара со стеллажей на складе временного хранения при заданном числе маршрутов // Приоритетные направления развития науки и образования: монография / Под общ. ред. Г.Ю. Гуляева. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2017. – С. 143-156.

8. Барсук И.В. Организация сборов товара со стеллажей на складе временного хранения при ограничении на грузоподъемность и/или вместимость тары // Организация и управление предприятием – фундамент развития мировой экономики: коллективная монография / Под общ. ред. Н. А. Адамова. – М.: ЭКЦ «Профессор», 2018. – С. 62-85.

9. Барсук И.В. Выбор алгоритма построения маршрутов сбора товаров со стеллажей на складе временного хранения // РИСК: Ресурсы, Информация, Снабжение, Конкуренция. – 2018. – № 4. – С. 54-59.

10. Глудкин О.П., Горбунов Н.М., Гуров А.И. и др. Всеобщее управление качеством: Учебник для вузов / Под ред. О. П. Глудкина. – М.: Радио и связь, 1999. – 660 с.

11. Толуев Ю., Змановская Т. Оптимизация транспортно-складских систем с применением имитационных моделей. Часть 1 // Логистика. – 2016. – № 1. – С. 42-45.

12. Толуев Ю., Змановская Т. Оптимизация транспортно-складских систем с применением имитационных моделей. Часть 2 // Логистика. – 2016. – № 2. – С. 46-48.

## **Algorithm for constructing a matrix of shortest distances between columns of shelving cells in a temporary storage warehouse**

***Barsuk Igor Vadimovich***

*candidate of technical Sciences, associate Professor,  
Moscow technical University of communications and Informatics (MTUSI),  
8A Aviamotornaya str., Moscow, 11024, Russia,  
e-mail: [igor.v.barsuk@yandex.ru](mailto:igor.v.barsuk@yandex.ru).*

***Vas'kova Aleksandra Dmitrievna***

*Moscow technical University of communications and Informatics (MTUSI),  
8A Aviamotornaya str., Moscow, 11024, Russia,  
e-mail: [alexandra.v98@inbox.ru](mailto:alexandra.v98@inbox.ru).*

**Annotation.** An algorithm for constructing a matrix of shortest distances between columns of shelving cells in a temporary storage warehouse, in which the container with stacked goods is delivered to the shop border by a combined transport, is described. It is assumed that the movement along the routes of goods collectors is carried out along rectangular paths and paths formed by mutually perpendicular straight lines. The description of the algorithm is illustrated by considering conditional examples of calculating matrix elements and using the matrix in the problem of constructing routes for collecting goods from the cells of racks when the container capacity is limited.

**Keywords:** warehouse; rack; column of cells; prefabricated transport; matrix of shortest distances; algorithm; route.